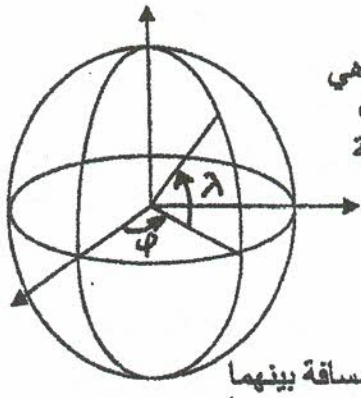
جامعة قسنطينة
قسم الفيزياء (LMD)

مقياس(فيزياء1)
السنة الجامعية 2013/2012

السلسلة رقم 02 : حركة النقطة المادية

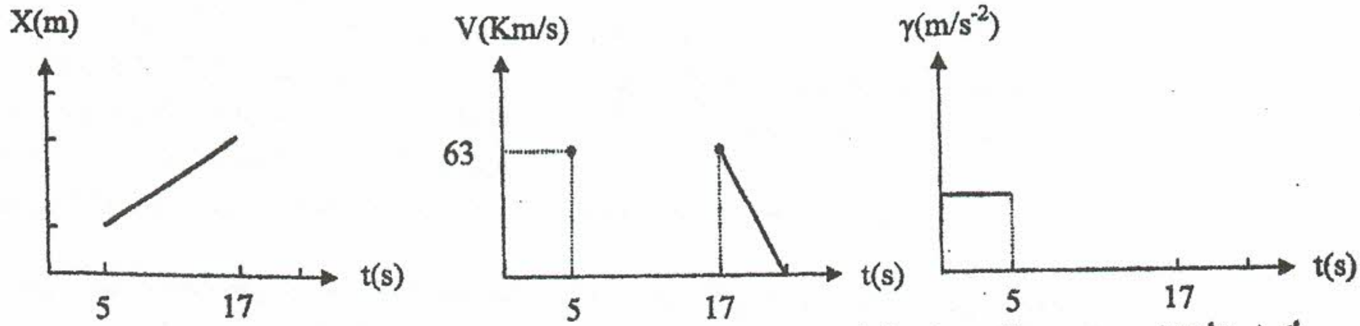
التمرين 01: نعتبر الأرض كرة نصف قطرها R=6370 Km. يحدد موقع نقطة M فوق سطح الأرض باستعمال الإحداثيات الجغرافية λ (زاوية خط العرض) و φ (زاوية خط الطول).



1-أكتب عبارة شعاع الواحدة $\overrightarrow{U_r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{R}$ في المعلم (Ox,Oy,Oz).

2- إذا كانت الإحداثيات الجغرافية لمدينة قسنطينة المعرفة بالنقطة M_1 هي $\lambda_1 = 36.35°$ و φ_1=6.60° والإحداثيات الجغرافية لمدينة تمنراست المعرفة بالنقطة M_2 هي $\lambda_2 = 22.79°$ و φ_2=5.52° أحسب الزاوية $(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2})$ ثم استنتج المسافة الأقصر بين المدينتين في النموذج الكروي للأرض. قارن المسافة المحسوبة مع المسافة d=1800 Km المعطاة في الدليل الخاص بشبكة الطرقات.

التمرين 02: تنتقل سيارة فوق طريق أفقي مستقيم بين نقطتين A وB المسافة بينهما d= 300 m. نعطي المعلومات الجزئية المتعلقة بالموقع والسرعة والتسارع في الأشكال التالية :



أكمل الأشكال مع تحديد القيم وطبيعة المنحنيات. ما هو الزمن T للإنتقال من A إلىB.

التمرين 03: عمود AB طوله l يملك طرفيه باستمرار A فوق المحورOx و B فوق المحور Oy العمودي مباشرة على Ox . نشير بـφ إلى الزاوية التي يصنعها العمود مع المحور Ox. ما هو المسار التي ترسمه النقطة M من العمود المعرفة بـ AM=b<l عندما تتغيرφ.

التمرين 04: تعطى إحداثيات نقطة مادية بدلالة الزمن على النحو التالي :

$$Y(t) = 4t(t-1) \quad \text{و} \quad X(t) = 2t$$

1– عين طبيعة المسار و أرسمه في معلم ديكارتي ثم حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها

2– احسب عبارة شعاع السرعة عند اللحظة t ، ثم استخرج طويلته

3– بين بأن الحركة ذات تسارع ثابت ، أحسب مركبتيه المماسية والناظمية ، ثم استنتج نصف قطر الإنحناء. ما هي اللحظة الزمنية التي من أجلها يكون شعاعا السرعة و التسارع متعامدين ؟

4– هل توجد لحظة زمنية يكون فيها الشعاعان متوازيين؟

التمرين 05: تتحرك نقطة مادية في المستوي (Ox, Oy) لجملة الإحداثيات الكرتيزية وفق المعادلات الوسيطية :

$$y(t) = b\sin\omega t \quad \text{و} \quad x(t) = a\cos\omega t$$

حيث a ، b و ω مقادير ثابتة موجبة، a >b و t هو الزمن.

1- ما هي معادلة المسار للنقطة M ؟ مثله بيانيا.

2- أعط شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ ثم أحسب شعاع السرعة $\overrightarrow{V(t)}$ للنقطة M وطويلته.

3- أحسب عبارة شعاع التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ وطويلته.

4- أكتب عبارتي $\overrightarrow{V(t)}$ و $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في الإحداثيات المنحنية $(\overrightarrow{U_T},\overrightarrow{U_N})$. ما هي مركبات شعاع الواحدة $\overrightarrow{U_T}$ في جملة الإحداثيات الكرتيزية.

5- بين أنه يمكن كتابة مركبات التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_T},\overrightarrow{U_N})$ من الشكل : $\gamma_T = \frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|}$ و $\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|}$ ثم استنتج γ_T و γ_N.

6- أحسب عبارة نصف قطر الانحناء للمسار.

7- حدد فوق المسار أين تكون حركة النقطة M متسارعة وأين تكون متباطئة.

التمرين 06: تتحرك نقطة مادية في الإحداثيات القطبية وفق المعادلات الوسيطية :

$$\rho = R(1 + \cos\omega t) \quad , \quad \theta = \omega t$$

1- شكل جدول تغير (ρ , θ) بدلالة الزمن ثم أرسم مسار الحركة

2- أحسب المركبات القطبية لشعاعي السرعة و التسارع ، ثم استنتج المركبات الديكارتية الموافقة.

3- أحسب طويلتي السرعة و التسارع و استنتج المركبتين المماسية و الناظمية لشعاع التسارع.

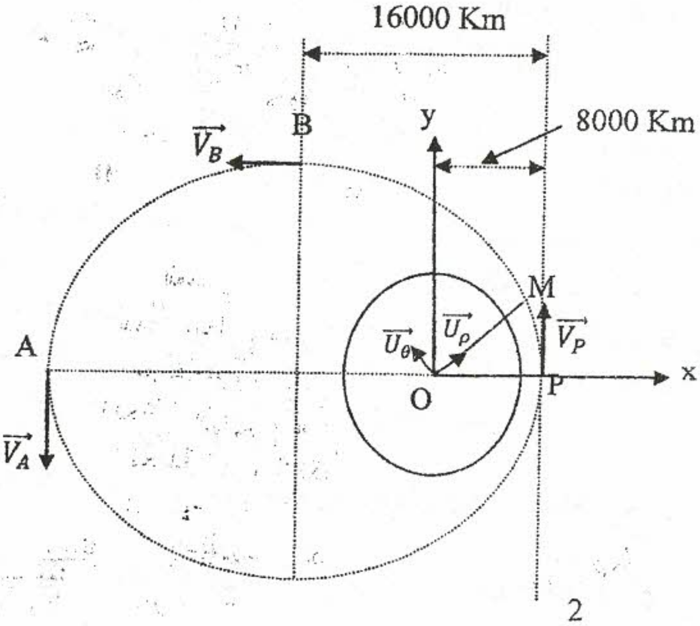
4- أحسب نصف قطر انحناء المسار بدلالة الزمن

5- أحسب طول المسار بين اللحظة الابتدائية $t_1 = 0$ و اللحظة $t_2 = 2\pi/\omega$

6- (إضافي) أعد الإجابة على جميع الأسئلة السابقة في الحالة التي تكون فيها المعادلات الوسيطية هي:

$$\rho = r(1 - \sin\omega t) \quad , \quad \theta = \omega t .$$

التمرين 07: مسار قمر اصطناعي يدور حول الأرض محدد في جملة الإحداثيات القطبية بمعادلة القطع الناقص: $OM = r = \frac{p}{1+e.\cos\theta}$.



1- حدد ثم احسب p و e.

2- في مثل هذه الحركة التسارع مركزي، بين إذن أن : $r\dot{\theta}^2 = c = cte$. أحسب قيمة c.

3- حدد ثم أحسب V_A سرعة النقطة M في A.

4- علما بأن سرعة الصاروخ $\overrightarrow{V_B}$ في B موازية للمحور القطبي Ox ، بين أن: $r_B = \frac{r_A+r_P}{2}$.

نعطي : $V_P = 8.640\ Km/s$

- التمرين 08(إضافي) : حركة جسيم مشحون داخل حقل كهرومغناطيسي، تكتب في الإحداثيات القطبية من الشكل :

$$\rho = r_0\, e^{\frac{t}{a}} \quad , \theta = \frac{t}{a}$$
حيث : a , r_0 ثابتان موجبان

1- أحسب المركبات القطبية لشعاع السرعة و طويلته

2- بين أن الزاوية $(\vec{V} , \vec{U}_\theta)$ ثابتة ، حدد قيمتها

3- أحسب المركبات القطبية لشعاع التسارع و طويلته

4- بين أن الزاوية $(\vec{\gamma} , \vec{U}_N)$ ثابتة ، حدد قيمتها

5- أحسب نصف قطر انحناء المسار

التمرين 09: نعتبر اللولب المعرف في الإحداثيات الكرتيزية بالمعادلات الوسيطية:

$$x = R\cos\omega t\,,\ y = R\sin\omega t,\ z = \frac{h(\omega t)}{2\pi}$$
حيث R وh و ω ثوابت موجبة .

1- عبر عن قوس عنصري ds من المسار بدلالة dx، dy و dz ثم عبرعن ds بدلالة R ، h ، ω و dt.

2- أحسب الفاصلة المنحنية $s(t) = \widehat{M_0M}$ بين $M_0(t = 0)$ و $M(t)$.

3- في الإحداثيات الأسطوانية معادلات نفس اللولب تكتب: $r=R, \theta = \omega t\,,\ z = \frac{h(\omega t)}{2\pi}$. عبر عن ds بدلالة dr ، dθ و dz ثم استنتج مرة أخرى عبارة ds.

4- ما هي مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{U_t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \vec{k})$ للإحداثيات الأسطوانية.

5- باستعمال علاقة فرينت (Frenet) $\frac{d\overrightarrow{U_t}}{ds} = \frac{\overrightarrow{U_n}}{\rho}$ حدد شعاع الواحدة الناظمي $\overrightarrow{U_n}$ واحسب نصف قطر الإنحناء ρ بدلالة R و h.

6- أوجد عبارات السرعة والتسارع لنقطة M ترسم هذا اللولب مع الزمن t في القاعدة $(\overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \vec{k})$. بين أن طويلة شعاع السرعة ثابتة.

7- وظف نتائج السؤال السابق للحصول على عبارة نصف قطر إنحناء اللولب.

التمرين10: في المستوي $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ ، دائرة قطرها OA تدور بسرعة زاوية ω حول النقطة O. المركز O' للدائرة متحرك ويؤخذ كمبدأ للمرجع المتحرك $(\overrightarrow{O'x'}, \overrightarrow{O'y'})$ بحيث OA متطابق مع المحور $(\overrightarrow{O'x'})$. في اللحظة الإبتدائية (t=0) A توجد فوق Ox أي Ox و O'x' متطابقين. نقطة M، تؤخذ إبتداء في A، تنتقل فوق محيط الدائرة بنفس السرعة الزاوية ω.

1- أحسب بطريقة مباشرة شعاعي السرعة والتسارع للنقطة M في المرجع الثابت $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ باشتقاق $\overrightarrow{OM}$.

2- أحسب شعاعي السرعة والتسارع للنقطة M في المرجع النسبي $(\overrightarrow{O'x'}, \overrightarrow{O'y'})$.

3- أحسب السرعة المكتسبة، التسارع المكتسب والتسارع التكميلي (تسارع كوريوليس). بين أن استعمال قوانين تركيب الحركات يؤدي إلى نتيجة السؤال الأول.

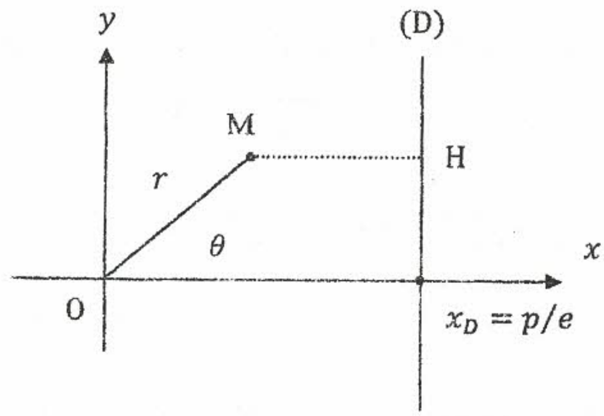
التمرين 11 (إضافي): نعتبر عجلة نصف قطرها R تدور حول مركزها من دون انزلاق فوق ممر مستقيم بحيث السرعة الخطية u لمركزها تبقى ثابتة. لتكن نقطة M ثابتة فوق محيط العجلة. نعتبر موقعها عند الإنطلاق على الممر.

1- أحسب السرعة النسبية والسرعة المكتسبة والسرعة المطلقة للنقطة M.
2- أستنتج القيمة العظمى والقيمة الصغرى لشدة السرعة المطلقة وحدد مواقع M التي توافقها.
3- أحسب التسارع النسبي ، المكتسب، تسارع كوريوليس و التسارع المطلق.
نختار أشعة القاعدة للمرجع النسبي موازية لأشعة القاعدة للمرجع المطلق.

التمرين 13(للتدرب): معادلة الأشكال المخروطية
نعتبر مستقيم (D) عمودي على المحور $\overrightarrow{Ox}$ ويقطعه من الجهة الموجبة عند $x_D = {}^{p}/_{e}$ حيث p و e ثوابت

موجبة. المستقيم ( ) والمحور $\overrightarrow{Ox}$ يحددان معا مستوي (P) .
1- نعتمد الإحداثيات القطبية في المستوي (P) بحيث $\overrightarrow{\ }$ هم المحور القطبي. حدد معالة موقع النقاط M من (P) التي تملك نسبة المسافة إلى المبدأ O على المسافة إلى(D) ثابتة وتساوي e. بين ، بناء على اعتبارات بسيطة وحسب القيم ل e، أن هذه المواقع يمكن أو لا يمكن أن يكون لها وجود في ما لا نهاية. هذه المنحنيات تسمى الأشكال المخروطية.
2- عبر عن إحداثيات نقطة من شكل مخروطي في الإحداثيات الكرتيزية. أكتب cos θ و sin θ بدلالة x، y، p و e ثم استخرج معادلة الأشكال المخروطية في الإحداثيات الكرتيزية.
3- عاين الحالة $e = 1$ في الإحداثيات الكرتيزية. لما $e \neq 1$ أجري التبديل الأتي في المتغيرات: $Y = y$ و $X = x + {}^{ep}/_{(1-e^2)}$ ثم أكتب معادلات الأشكال المخروطية بالمتغيرات الجديدة مع التمييز بين حالتين.

$$\frac{OM}{MH} = e$$



- التمرين 14 (إضافي): تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الزمنية :

$$Z(t) = 2\sqrt{2}re^{\omega t} \quad , \quad \rho(t) = 2re^{\omega t} \quad , \quad \theta(t) = \omega t$$

حيث r , ω ثابتان موجبان. أوجد :
1- المركبات الأسطوانية لشعاعي السرعة و التسارع و طويلتيهما.
2- المركبات الديكارتية للسرعة و التسارع.
3- المركبتين المماسية و الناظمية لشعاع التسارع
4- أستنتج نصف قطر الانحناء و إحداثيات مركز الانحناء
5- أحسب طول المسار الذي تقطعه النقطة بين اللحظتين الابتدائية و t.